



ISSN 1677-8464

Uso de Cokrigagem Colocalizada na Determinação da Distribuição Espacial de Precipitação

José Ruy Porto de Carvalho¹
Emilson França de Queiroz²

Uma avaliação quantitativa de precipitação pluvial em mm, no nível regional, é sempre importante em vários contextos, tais como produção da cultura, manejo dos recursos hídricos, avaliação ambiental, etc. Normalmente, dados de precipitação estão disponíveis em diversas estações climáticas, entretanto, para se ter uma estimativa precisa da distribuição espacial de precipitação, são necessários informações provenientes de uma grande rede de instrumentos instalados, o que demanda custos de instalação e operação muito caros. Assim, necessário se faz definir procedimentos de interpolação espacial para obter observações em áreas não amostradas.

Diversos métodos de interpolação, com diversos níveis de complexidade, métodos univariados, multivariados, lineares e não-lineares estão disponíveis na literatura (Goovaerts, 1999). Dentre eles estão os métodos geoestatísticos de interpolação, os quais devido ao fato de usar a correlação espacial entre observações vizinhas para prever valores em locais não amostrados, têm sido muito mais utilizados (Goovaerts, 1997; Carvalho et al., 2002). Krigagem simples ou ordinária são os métodos geoestatísticos univariados que têm sido usado por muitos autores no estudo da distribuição espacial de precipitação pluvial (Tabios & Salas, 1985; Phillips et al., 1992). A extensão multivariada de krigagem, conhecida como cokrigagem, é utilizada quando existe dependência

espacial para cada variável em estudo e também entre as variáveis, sendo portanto possível utilizar esta técnica na estimativa de valores não amostrados. Esta estimativa pode ser mais precisa do que a krigagem de uma variável simples, quando o semivariograma cruzado mostrar dependência entre as duas variáveis (Vieira, 2000).

O objetivo deste Comunicado Técnico é mostrar como pode ser obtida a distribuição espacial de precipitação pluvial média anual, através da técnica geoestatística multivariada de cokrigagem usando altitude como variável colocalizada.

Material e Métodos

O Paraná está localizado na Região Sul do Brasil. Com 399 municípios, tem área de 199.554 quilômetros quadrados, o que equivale a 2,3% da superfície do Brasil. Três tipos de clima são identificados no Paraná, os quais são definidos principalmente pela localização do Estado, as temperaturas e os ciclos de chuva. No litoral predomina o clima tropical super-úmido, sem estação seca. Nas regiões Norte, Oeste e Sudoeste predomina o clima subtropical úmido mesotérmico, com verões quentes, sem estação seca, com poucas geadas. Na região de Curitiba, nos Campos Gerais e Sul, o verão é brando, sem estações secas e ocorrem geadas severas. A temperatura média do Estado é de

¹ Ph.D em Estatística, Pesquisador da Embrapa Informática Agropecuária, Caixa Postal 6041 - 13083-970 - Campinas, SP, Brasil. (e-mail: jruy@cnpia.embrapa.br)

² Dr. em Agroclimatologia, Pesquisador do Departamento de Pesquisa e Desenvolvimento da Embrapa, Parque Estação Biológica - PqEB s/nº - 70770-901, Brasília, DF, Brasil. (e-mail: emilson.queiroz@embrapa.br)

18,5°C. Cinquenta e sete observações provenientes de estações climatológicas foram usadas, representando todo o Estado, com exceção de quatro estações localizadas no litoral, cujos dados, devido a peculiaridades climáticas, foram desprezados. Os índices pluviométricos destas estações devido ao relevo da região, apresentam resultados que seguem uma ordem própria sendo discrepantes dos demais.

Na cokrigagem ordinária (Vieira, 2000), para estimar valores, Z_2^* , para qualquer local, x_0 , o valor estimado deve ser uma combinação linear de ambos Z_1 e Z_2 , ou seja

$$Z_2^*(x_0) = \sum_{i=1}^{N_1} \lambda_{1i} Z_1(x_{1i}) + \sum_{j=1}^{N_2} \lambda_{2j} Z_2(x_{2j}) \quad (1)$$

onde N_1 e N_2 são os números de vizinhos de Z_1 e Z_2 , respectivamente, e λ_1 e λ_2 são os pesos associados a cada valor de Z_1 e Z_2 . Tomando $z_1(x_{1i})$ e $z_2(x_{2i})$ como sendo uma realização das funções aleatórias, $Z_1(x_{1i})$ e $Z_2(x_{2i})$, respectivamente, e assumindo estacionaridade de ordem 2, o estimador pode ser rescrito em

$$Z_2^*(x_0) = \sum_{i=1}^{N_1} \lambda_{1i} Z_1(x_{1i}) + \sum_{j=1}^{N_2} \lambda_{2j} Z_2(x_{2j}) \quad (2)$$

A equação (2) então expressa que a estimativa da variável Z_2 deverá ser uma combinação linear de ambos Z_1 e Z_2 , com os pesos λ_1 e λ_2 distribuídos de acordo com a dependência espacial de cada uma das variáveis entre si e a correlação cruzada entre elas.

Segundo Goovaerts (1997, 1999), na cokrigagem colocalizada - CC, quando a variável secundária é conhecida e varia em toda área de estudo, como por exemplo altitude, a perda de informação é muito pequena ao reter no sistema de cokrigagem somente a segunda observação colocalizada com o local x_0 sendo estimado. Desta maneira, o estimador da cokrigagem colocalizada é definido como:

$$Z_{cc}^*(x_0) = \sum_{i=1}^{N_1} \lambda_{1i} Z_1(x_{1i}) + \lambda_{2j} [Z_2(x_{2j}) - m_{Z_1} + m_{Z_2}] \quad (3)$$

onde m_{Z_1} e m_{Z_2} são as médias globais de altitude e precipitação. O segundo termo da equação 3 corresponde em reescalonar a variável colocalizada altitude para a média da variável principal precipitação de forma a assegurar um estimador não viciado. Os pesos da cokrigagem, em termos de semivariograma, são obtidos na resolução do sistema de equação a seguir (Vieira, 2000):

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N_1} \lambda_{1i} \gamma_{11}(x_{1i}, x_{1k}) + \sum_{j=1}^{N_2} \lambda_{2j} \gamma_{12}(x_{1k}, x_{2j}) + \mu_1 &= \gamma_{12}(x_{1k}, x_0), k = 1, \dots, N_1 \\ \sum_{i=1}^{N_1} \lambda_{1i} \gamma_{12}(x_{1i}, x_{2l}) + \sum_{j=1}^{N_2} \lambda_{2j} \gamma_{22}(x_{2j}, x_{2l}) + \mu_2 &= \gamma_{22}(x_{2l}, x_0), l = 1, \dots, N_2 \\ \sum_{i=1}^{N_1} \lambda_{1i} + \sum_{j=1}^{N_2} \lambda_{2j} &= 1 \end{aligned} \quad (4)$$

onde μ_1 e μ_2 são os multiplicadores de Lagrange, γ_{11} e γ_{22} são os semivariogramas das variáveis altitude e precipitação, respectivamente e γ_{12} o semivariograma cruzado definido como:

$$\gamma_{12}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z_1(x_{1i} + h) - Z_1(x_{1i})][Z_2(x_{2j} + h) - Z_2(x_{2j})] \quad (5)$$

onde $N(h)$ é o número de valores de Z_1 e Z_2 separados por um vetor h .

Resultados e Discussão

Os dados anuais de precipitação são médias para o período de 1960 a 1990. Todas as análises foram realizadas nestas médias sem se preocupar com as flutuações anuais de um ano para o outro. Tabela 1 apresenta as estatísticas básicas da variável em estudo.

Tabela 1. Estatísticas para precipitação anual em 57 estações climatológicas e sua correlação linear com altitude.

Período	Precipitação (mm)					Correlação
	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	CV	
Anual	1535,29	219,23	977,6	1916,3	14,28%	0,36

Como verifica-se na Tabela 1, a correlação linear entre altitude e precipitação é altamente significativa ($\alpha < 1\%$), indicando que é plausível usar altitude com variável colocalizada na distribuição espacial de precipitação. O coeficiente de variação (CV) pode ser considerado baixo, devido ao uso de dados médios de precipitação, o que não é normal quando os dados originais são usados. Também foram obtidos os coeficientes de assimetria (-0,23) e curtose (-0,22) indicando que os dados podem ser considerados normalmente distribuídos (assimetria e curtose iguais a zero).

Os semivariogramas experimentais para precipitação anual, altitude e o semivariograma cruzado são apresentados nas Fig. 1, 2 e 3 respectivamente, e são utilizados para avaliar a dependência espacial das variáveis em estudo.

Para todos os semivariogramas, o grau de ajuste do modelo foi verificado através do coeficiente de determinação R^2 , cujos valores 0,98, 0,95 e 0,81 para

Fig. 1, 2 e 3 respectivamente, mostram o quanto o modelo de regressão explica da variabilidade total da variável em estudo. A validação desses modelos foi realizada através do procedimento de auto-validação "Jack-Knifing" (Vieira, 2000).

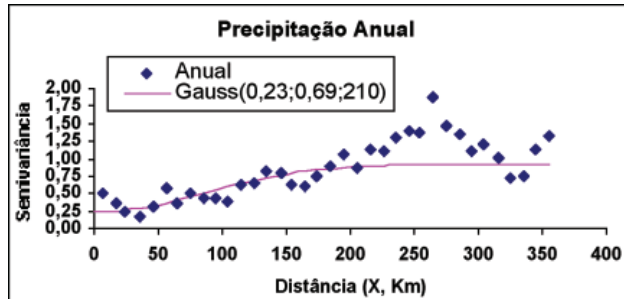


Fig. 1. Precipitação anual em mm.
Modelo gaussiano ajustado

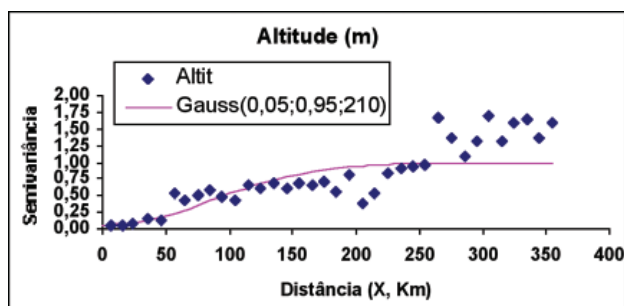


Fig. 2. Altitude em metros.
Modelo Gaussiano ajustado

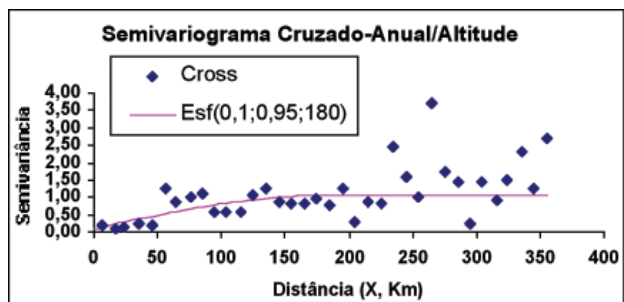


Fig. 3. Semivariograma cruzado entre precipitação anual e altitude.
Modelo Esférico ajustado

O exame dos semivariogramas para precipitação anual e altitude, Fig. 1 e 2, revela que existe dependência espacial, onde o efeito pepita $C_0=0,23$ e $C_0=0,05$ para as variáveis em estudo são bastante diferentes. O alcance são iguais ($a=210$ Km). O efeito pepita de 0,23 significa que existe uma descontinuidade entre valores separados por distância menores do que o usado no intervalo de amostragem. A proporção deste valor para o patamar do semivariograma ($C_0 + C_1$), no caso, 25% para precipitação anual e 5% para altitude, é um indicativo da quantidade de variação ao acaso de um ponto para outro, e quanto menor seu valor, mais parecidos são os valores vizinhos. O alcance (a) de 210 Km significa que todos os vizinhos dentro desse raio

podem ser usados na estimativa de valores em espaçamentos mais próximos. As variáveis apresentaram isotropia, ou seja, variabilidades idênticas independente da direção escolhida na área experimental.

Como a correlação entre precipitação anual e altitude foi altamente significativa, mostrando que a precipitação é maior para maiores altitudes, o semivariograma cruzado entre estas variáveis foi examinado. O modelo ajustado foi o esférico (Fig. 3), mostrando que a relação espacial entre precipitação anual e altitude existe e é alto $C_0=0,1$ (quanto maior o efeito pepita, mais fraca é a dependência espacial do atributo em questão). Consequentemente, a variável altitude pode ser usada como variável auxiliar na obtenção de estimativas em lugares não amostrados para a precipitação anual em toda a área em estudo, dentro do alcance $a=180$ km.

Como dependência espacial para cada variável e entre elas foi obtida, a cokrigagem colocalizada ordinária foi usada para estimar valores, usando a altitude como variável colocalizada. A principal vantagem do uso da cokrigagem colocalizada em relação a cokrigagem simples reside no fato de que esta evita instabilidade no sistema de equação causado quando a variável secundária ou auxiliar é muito redundante, além do fato de ser mais rápido sua solução pois o sistema de equação é menor. A desvantagem se limita ao fato de que a variável auxiliar deve ser conhecida em todos os locais que estão sendo estimados.

Os valores obtidos através da cokrigagem são não viciados, têm variância mínima (Vieira, 2000; Goovaerts, 1997) e são ideais para a construção de mapas de isolinhas ou tridimensionais para verificação e interpretação da variabilidade espacial. As informações mostradas nestes gráficos de isolinhas são muito úteis para melhor entender a variabilidade das propriedades da precipitação pluvial e para identificar áreas que necessitam maiores ou menores cuidados, como pode ser visto na Fig. 4. Através da cokrigagem, a variância dos erros de estimativas para precipitação é minimizada, explorando a correlação cruzada entre precipitação e altitude.

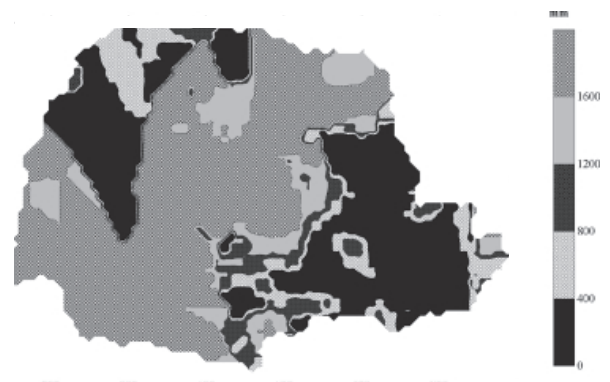


Fig. 4. Distribuição espacial para precipitação anual no estado do Paraná obtida através de cokrigagem colocalizada ordinária.

Fig.4 mostra uma faixa de alta precipitação pluviométrica do sudoeste para o nordeste do estado. É uma região onde as altitudes médias e altas se destacam (Fig. 5), apesar de existir uma faixa de baixas altitudes onde as precipitações continuam altas devido a esta região ser a "porta de entrada" das frentes frias vindas do sul do País. Na região próxima ao litoral, as altitudes são altas, entretanto é uma região de baixa pluviosidade, característica do local, pois as frentes frias que vêm do oceano não penetram no estado, em função da presença da Serra do Mar. É um local bem característico e cuidados devem ser tomados no ajuste de modelos. Nota-se na Fig. 4, que existem bolsões de precipitação bem definidos, o que segundo Goovaerts (1997) é uma característica própria do método de cokrigagem colocalizada pois este não apresenta os efeitos de instabilidade numérica que os outros possíveis métodos apresentam e conseqüentemente mostra mais detalhes do que os outros. A possibilidade do método delinear com clareza estes bolsões são de grande importância para estudos como zoneamento agrícola, previsão de safras, caracterização climatológica, etc.

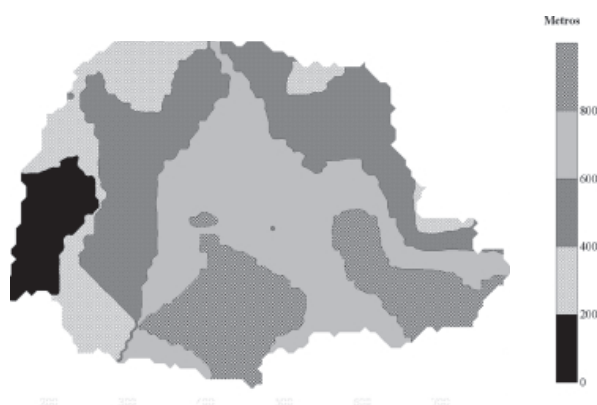


Fig. 5. Distribuição espacial para altitude no estado do Paraná obtida através de krigagem ordinária

Conclusões

- Com o uso de altitude como variável colocalizada, bolsões de precipitação são claramente definidos.
- Cokrigagem colocalizada evita os efeitos de instabilidade numérica no sistema de equações, causados pela redundância de observações da variável auxiliar.
- Computacionalmente é mais rápido pelo fato dos sistemas de equações serem reduzidos.

Referências Bibliográficas

- CARVALHO, J. R. P. de; SILVEIRA, P. M. da; VIEIRA, S. R. Geoestatística na determinação da variabilidade espacial de características químicas do solo sob diferentes preparos. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 37, n. 8, p. 1151-1159, ago. 2002.
- GOOVAERTS, P. **Geostatistics for natural resources evaluation**. New York: Oxford University Press, 1997. 512 p.
- GOOVAERTS, P. Performance comparison of geostatistical algorithms for incorporating elevation into the mapping of precipitation. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON GEOCOMPUTATION, 4., 1999, Fredericksburg. **GeoComputation 99 abstracts, papers, and presentations**. [Fredericksburg]: Mary Washington College, 1999. Disponível em: <http://www.geovista.psu.edu/sites/geocomp99/Gc99/023/gc_023.htm>. Acesso em: 04 nov. 2002.
- PHILLIPS, D. L.; DOLPH, J.; MARKS, D. A comparison of geostatistical procedures for spatial analysis of precipitations in mountainous terrain. **Agric. and Forest Meteorol.**, n. 58, p. 119-141, 1992.
- TABIOS, G. Q.; SALAS, J. D. A comparative analysis of techniques for spatial interpolation of precipitation. **Water Resources Bulletin**, v. 21, n. 3, p. 365-380, 1985.
- VIEIRA, S. R. Geoestatística em estudos de variabilidade espacial do solo. In: NOVAIS, R. F. de; ALVAREZ V., V. H.; SCHAEFER, C. E. G. R. (Ed.). **Tópicos em ciência do solo**. Viçosa: Sociedade Brasileira de Ciência do Solo, 2000. v. 1, p. 1-54.

Comunicado Técnico, 21

**Embrapa Informática Agropecuária
Área de Comunicação e Negócios (ACN)**
Av. André Tosello, 209
Cidade Universitária - "Zeferino Vaz"
Barão Geraldo - Caixa Postal 6041
13083-970 - Campinas, SP
Telefone (19) 3789-5743 - Fax (19) 3289-9594
e-mail: sac@cnptia.embrapa.br

1ª edição
2002 - on-line
Todos os direitos reservados

Comitê de Publicações

Presidente: José Ruy Porto de Carvalho
Membros efetivos: Amarindo Fausto Soares, Ivanilde Dispatto, Luciana Alvim Santos Romani, Marcia Izabel Fugisawa Souza, Suzilei Almeida Carneiro
Suplentes: Adriana Delfino dos Santos, Fábio Cesar da Silva, João Francisco Gonçalves Antunes, Maria Angélica de Andrade Leite, Moacir Pedrosa Júnior

Expediente

Supervisor editorial: Ivanilde Dispatto
Normalização bibliográfica: Marcia Izabel Fugisawa Souza
Capa: Intermídia Publicações Científicas
Editoração Eletrônica: Intermídia Publicações Científicas